2019下半年高中数学教师资格证真题

一、单项选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分）

1.若函数f（x）=$\begin{cases} e^{ax}, x<0, \\ b+\sin 2x, x\geq 0, \end{cases}$ 在x=0处可导，则a，b的值是（）

A.a=2，b=1B.a=1，b=2

C.a=-2，b=1D.a=2，b=-1

2.若函数f（x）=$\begin{cases} x^n \sin\dfrac{1}{x}, x\neq 0, \\ 0, x=0 \end{cases}$ 的一阶导函数在x=0处连续，则正整数n的取值范围是（）

A.n≥3B.n=2

C.n=1D.n=0

3.已知点M_1（1，2，-1），M_2（1，3，0），若平面$\prod_1$过点M_1且垂直于M_1M_2，则平面$\prod_2$：6x+y+18z-18=0与平面$\prod_1$之间的夹角是（）

A.$\frac{\pi}{6}$B.$\frac{\pi}{4}$C.$\frac{\pi}{3}$D.$\frac{\pi}{2}$

4.若向量**a**，**b**，**c**满足$\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}=\mathbf{0}$，那么**a**×**b**=（）

A.**b**×**a** B.**c**×**b**

C.**b**×**c** D.**a**×**c**

5.设n阶方阵**M**的秩r（**M**）=r<n，则**M**的n个行向量中（）

A.任意一个行向量均可由其他r个行向量线性表示

B.任意r个行向量均可组成极大线性无关组

C.任意r个行向量均线性无关

D.必有r个行向量线性性无关

6.下列变换中关于直线y=x的反射变换是（）

A.$\mathbf{M}_1=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$B.$\mathbf{M}_2=\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$

C.$\mathbf{M}_3=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$D.$\mathbf{M}_4=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

7.下列对向量学习意义的描述：

①有助于学生体会数学与现实生活和其他学科的联系；

②有助于学生理解数学运算的意义及价值，发展运算能力；

③有助于学生掌握处理几何问题的一种方法，体会数形结合思想

④有助于学生理解数学不同内容之间存在广泛的联系。

其中正确的共有（）

A.1 条 B.2 条 C.3 条 D.4 条

8.数学归纳法的推理方式属于（）

A.归纳推理 B.演绎推理 C.类比推理 D.合情推理

二、简答题（本大题共 5 小题，每小题 7 分，共 35 分）

9.已知线性变换 Y=AX+B，其变换矩阵 $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & 0\\ 0 & \frac{1}{3}\end{bmatrix}$，$\mathbf{B}=\begin{bmatrix}3\\5\end{bmatrix}$。

（1）写出椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ 在该变换下的曲线方程；

（2）举例说明在该变换条件下，什么性质不变，什么性质发生变化（例如距离、斜率、相交等）。

10.f（x）=lnx（x＞0），g（x）$=\frac{\ln 5}{4}(x-1)$。

（1）求曲线 y=f（x）与 g（x）所围成图形的面积；

（2）求平面图形 0≤y≤f（x），1≤x≤3，绕 y 轴旋转所得体积。

11.一个袋子里 8 个黑球，8 个白球，随机不放回连续取球 5 个，每次取出 1 个球，求最多取到 3 个白球的概率。

12.数学文化是指数学的思想、精神、语言、方法、观点，以及它们的形成和发展，还包括数学在人类生活、科学技术、社会发展中的贡献和意义，以及与数学相关的人文活动。请你给出数学教学中融入数学文化的两个事例。

13.简述数学建模的过程。

三、解答题（本大题共 1 小题，10 分）

14.f（x）在[a，b]上连续，且 f（a）·f（b）＜0，请用二分法证明 f（x）=0 在区间[a，b]上至少有一个根。

四、论述题（本大题共 1 小题，15 分）

15.有人说，当前数学教学欠缺的是思维能力的培养，请谈谈你的看法，并给出

具体的教学建议。

五、案例分析题（本大题共 1 小题，20 分）

16.案例：

在学习了“直线与圆的位置关系”后，教师要求学生解决如下问题：

求过点 P（2，3）且与圆 O：（x-1）^{2}+y^2=1 相切的直线 l 的方程。

一位学生给出的解法如下：

由圆 O：（x-1）^{2}+y^2=1 知，圆心 O（1，0），半径为 1，设直线 l 的斜率为 k，则其方程为 y-3=k（x-2），即 kx-y-2k+3=0。因为直线 l 与圆 O：（x-1）^{2}+y^2=1 相切，所以圆心 O 到直线 l 的距离 d=$\frac{|k-2k+3|}{\sqrt{k^2+1}}$=1，解得 k=$\frac{4}{3}$，所以，所求直线 l 的方程为 4x-3y+1=0。

问题：

（1）指出上述解法的错误之处，分析错误原因，并给出两种正确解法；（14 分）

（2）针对该题的教学，谈谈如何设置问题，帮助学生避免上述错误。（6 分）

六、教学设计题（本大题共 1 小题，30 分）

17.《普通高中数学课程标准》（2017 年版）对“导数的概念及其意义”提出的学习要求为：①通过实例分析，经历由平均变化率过渡到瞬时变化率的过程，了解导数概念的实际背景，知道导数是关于瞬时变化率的数学表达，体会导数的内涵与思想。

②体会极限思想。

③通过函数图象直观理解导数的几何意义。

请针对“导数的概念及其意义”，以达到学习要求①为目的，完成下列教学设计：

（1）写出教学重点；（6 分）

（2）写出教学过程（只要求写出新课导入，概念的形成与巩固等过程）及设计意图。（24 分）

答案

一、单项选择题

1.A【解析】f(x)在 x=0 处可导，所以 f(x)在 x=0 处必连续，b+sin2x=$\lim\limits_{x\to 0} e^{ax} \Rightarrow b=1$，由可导性质可知 $\lim\limits_{x\to 0^+} f'(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} f'(x)$，所以 $\lim\limits_{x\to 0^+} ae^{ax}=\lim\limits_{x\to 0^-} 2\cos 2x$，a=2。故选 A。

2.A【解析】$f'(x)=\begin{cases} nx^{n-1}\sin\dfrac{1}{x}-x^{n-2}\cos\dfrac{1}{x}, x\neq 0, \\ 0, x=0, \end{cases}$ 由题意可知 $f'(x)$ 在 x=0 处连续，所以 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$，当且仅当 n=3 时成立。故选 A。

3.B【解析】$\overrightarrow{M_1M_2}=(0,1,1)$，设平面 π_1 的一点到点 M_1 的向量为 $\mathbf{a}$=（x-1，y-2，z+1），二者垂直，则（x-1）×0+（y-2）×1+（z+1）×1=0，整理得 y+z-1=0，平面 π_2：6x+y+18z-18=0，法向量为 $\mathbf{n}_2=(6,1,18)$，平面 π_3：y+z-1=0，法向量为 $\mathbf{n}_3=(0,1,1)$，可得 $\cos\theta=\dfrac{\mathbf{n}_2\cdot\mathbf{n}_3}{|\mathbf{n}_2||\mathbf{n}_3|}=\dfrac{19}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{361}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，可知只有 B 项符合题意。

4.C【解析】$\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}=\mathbf{0}$，则 $\mathbf{a}+\mathbf{c}=-\mathbf{b}$，所以（$\mathbf{a}+\mathbf{c}$）×$\mathbf{b}$=-$\mathbf{b}$×$\mathbf{b}$=0，则 $\mathbf{a}$×$\mathbf{b}$+$\mathbf{c}$×$\mathbf{b}$=0，所以 $\mathbf{a}$×$\mathbf{b}$=-$\mathbf{c}$×$\mathbf{b}$=$\mathbf{b}$×$\mathbf{c}$。故选 C。

5.D【解析】由题意知 r（m）=r＜n，由矩阵性质可知必然有 r 个行向量线性无关，A 错；只有极大无关组中行向量才能由其它向量表示，B 错；线性无关才可以，任意 r 个行向量不能保证线性无关，C 错。故选 D。

6.C【解析】在平面任取一点 P（x，y），点 P 关于 y=x 的对称点 $P'(x',y')$，由点关于直线对称点公式得 $\begin{cases} x'=\dfrac{2y_0}{2}=y, \\ y'=\dfrac{2x}{2}=x, \end{cases}$ $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$。故选 C。

7.D【解析】向量理论具有神奇的数学内涵，丰富的物理背景，向量既是代数研究对象也是几何研究对象，是沟通几何和代数的桥梁。向量是描述直线、曲线、平面以及高维空间数学问题的基本工具，是进一步学习和研究其他数学领域问题的基础，在解决实际问题中发挥重要作用。故选 D。

8.B【解析】数学归纳法是一种证明方法，是一种演绎推理方法，它的基本思想

是递推思想。故选 B。

二、简答题

9.【解析】(1)设椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$上任意一点(x₀,y₀)在该变换作用下得到($x_0'$，$y_0'$)，

则$\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & 0\\ 0 & \frac{1}{3}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_0\\ y_0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3\\ 5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_0'\\ y_0'\end{bmatrix}$，即$\begin{cases}x_0'=\frac{1}{2}x_0+3,\\ y_0'=\frac{1}{3}y_0+5,\end{cases}$即$\begin{cases}x_0=2\left(x_0'-3\right),\\ y_0=3\left(y_0'-5\right),\end{cases}$，代入椭圆方程中得所求曲线方程为（x-3）^{2}+（y-5）^{2}=1。

（2）在该变换条件下，不变的性质：都是中心对称图形和轴对称图形，都是在某条件下点的轨迹所形成的对称图形；变化的性质：图形形态发生了变化，不再以原点为中心点，不再与坐标轴相交，图形距离中心点的距离都相等。

10.【解析】（1）由$\ln x=\frac{\ln 5}{4}(x-1)$，得 x=5，

$\int_1^5\left[\ln x-\frac{\ln 5}{4}(x-1)\right]dx=\left[x(\ln x-x)-\frac{\ln 5}{4}\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\right]\Big|_1^5=3\ln 5-4$。

（2）V=$2\pi\int_1^3 x\ln x dx=2\pi\left[\frac{1}{2}x^2\ln x-\frac{1}{4}x^2\right]\Big|_1^3=9\pi\ln 3-4\pi$。

11.【解析】随机不放回地连续取 5 个球，最多取到 3 个白球的对立事件是取到 4 个白球 1 个黑球或取到 5 个白球。其中，取 4 个白球与 1 个黑球的概率为$\frac{C_8^4\cdot C_8^1}{C_{16}^5}$，取 5 个白球的概率为$\frac{C_8^5}{C_{16}^5}$。故最多取 3 个白球的概率$P=1-\frac{C_8^4\cdot C_8^1}{C_{16}^5}-\frac{C_8^5}{C_{16}^5}=\frac{67}{78}$。

12.【参考答案】在高中教学中，及时并有效地渗透数学文化，有利于增加学生的学习兴趣，有助于学生理解数学知识和数学知识的实际运用。例如：

（1）在学习《复数》时，“负数”概念对学生来说相对抽象。教师可以在教学中渗透数学文化史：笛卡尔，著名的法国哲学家、科学家和数学家。笛卡尔在解方程时，把方程的根区分为实根与虚根，他认为复数开平方是不可思议的，因而取名为“虚数”，也给出了“复数”的名字。教师在教学中融入数学文化，让学生了解概念产生的背景和意义，利用概念与生活的相通性可以帮助学生更直观地理解概念。

（2）在教学《二项式定理》时，可以介绍我国古代数学成就“杨辉三角”，“杨辉三角”在中国数学文化史上有着特殊的地位，它蕴含了丰富的内容，还科学揭示了二项展开式的二项式系数的构成规律，由它可以直观地看出二项式定理的性质。

将数学文化渗透到数学教学中，将教材内容与数学文化巧妙结合起来，从数学文化中延伸出数学概念和规律，可以帮助学生理解相关内容。数学文化中蕴含的故事具有较强的趣味性，还可以激发学生的学习兴趣。

13.【参考答案】数学建模是运用数学思想、方法和知识解决实际问题的过程。

建立和求解模型的过程包活从现实生活或具体情境中抽象出数学问题，用数学符号建立方程、不等式、函数等表示数学问题中的数量关系和变化规律，求出结果、并讨论结果的意义。具体如下：

（1）模型准备：了解问题的实际背景，明确其实际意义，掌握对象的各种信息以数学思想来包容问题的精髓，数学思路贯穿问题的全过程，进而用数学语言来描述问题。要求符合数学理论，符台数学习惯，清晰准确。

（2）模型假设：根据实际对象的特征和建模的目的，对问题进行必要的简化，并用精确的语言提出一些恰当的假设。

（3）模型建立：在假设的基础上，利用适当的数学工具来刻画各变量常量之间的数学关系，建立相应的数学结构（尽量用简单的数学工具）。

（4）模型求解：利用获取的数据资料，对模型的所有参数做出计算（或近似计算）。

（5）模型分析：对所要建立模型的思路进行阐述，对所得的结果进行数学上的分析。

（6）模型检验：将模型分析结果与实际情形进行比较，以此来验证模型的准确性、合理性和适用性。如果模型与实际较吻合，则要对计算结果给出其实际含义，并进行解释。如果模型与实际吻合较差，则应该修改假设。再次重复建模过程。

三、解答题

14.【解析】先将[a，b]二等分为$\left[a,\frac{a+b}{2}\right]$，$\left[\frac{a+b}{2},b\right]$，若$f\left(\frac{a+b}{2}\right)=0$，则结论成立；若$f\left(\frac{a+b}{2}\right)\neq 0$，则 f（a）和 f（b）中必然有一个与$f\left(\frac{a+b}{2}\right)$异号，记这个小区间为[$a_1$，$b_1$]，它满足 f（$a_1$）·f（$b_1$）＜0 且区间长度为 $b_1-a_1=\frac{b-a}{2}$。

再将[a_1，b_1]二等分为$\left[a_1,\frac{a_1+b_1}{2}\right]$，$\left[\frac{a_1+b_1}{2},b_1\right]$，若$f\left(\frac{a_1+b_1}{2}\right)$=0，则结论成立；若$f\left(\frac{a_1+b_1}{2}\right)$≠0，则 f（$a_1$）和 f（$b_1$）中必然有一个与$f\left(\frac{a_1+b_1}{2}\right)$异号，记这个小区间为[$a_2$，$b_2$]，它满足[$a_2$，$b_2$]⊂$\left[a_1,b_1\right]$⊂$\left[a,b\right]$，$b_2-a_2=\frac{b-a}{2^2}$且 f（$a_2$）·f（$b_2$）＜0。

采用二分法不断进行下去，可能出现两种情形：

（1）在某一区间的中点 c_i 上有 f（c_i）=0，则结论成立；

（2）在任意区间的中点 c_i 上均有 f（c_i）≠0，则得到闭区间列{[a_n，b_n]}，它满足

①[a_{n+1}，b_{n+1}]⊂[a_n，b_n]，$b_n-a_n=\frac{b-a}{2^n}$，n=1，2，…；

②$\lim\limits_{n\to\infty}\left(b_n-a_n\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{b-a}{2^{n-1}}=0$；

③f（a_n）f（b_n）＜0，n=1,2…；

由①和②可知{[a_n,b_n]}是一个区间套，由区间套定理，存在$\xi\in\left[a_n,b_n\right]$，n=1,2,3…，且有$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\lim\limits_{n\to\infty}b_n=\xi$，因为 f（x）在点$\xi$处连续，所以由③得

$f^2\left(\xi\right)=\lim\limits_{n\to\infty}f\left(a_n\right)f\left(b_n\right)\leq 0$，则必有$f\left(\xi\right)=0$，显然，$\xi\in\left(a,b\right)$，它就是 f（x）的一个零点。

四、论述题

15.【参考答案】数学教学活动是数学活动的教学，即思维活动的教学。养成良好的思维品质是教学改革中的一个重要课题，在数学学习中要使学生思维活跃，就要教会学生分析问题的基本方法，在如今的教育体制之下灌输式教学还是很常见，从而忽视了对学生学习思维的培养，这对于学生创新能力的培养是极其不利

的，因此在教育体制改革的趋势之下，我们不仅要重视学生基本知识和基本技能的学习，更应该注重学生思维品质的培养。

培养学生数学思维能力应注意以下方面：（1）找准数学思维能力培养的突破口。思维的深刻性既是数学的性质决定了数学教学既要以学生为基础，又要培养学生的思维深刻性。数学思维的深刻性品质的差异集中体现了学生数学能力的差异，教学中培养学生数学思维的深刻性，实际上就是培养学生的数学能力。数学教学中应当教育学生学会透过现象看本质，学会全面地思考问题，养成追根究底的习惯。

数学思维的敏捷性主要反映了正确前提下的速度问题。因此，数学教学中，一方面可以考虑训练学生的运算速度，另一方面要尽量使学生掌握数学概念、原理的本质，提高所掌握的数学知识的抽象程度。因为所掌握的知识越本质、抽象程度越高，其适应的范围就越广泛，检索的速度也就越快。另外，运算速度不仅仅是对数学知识理解程度的差异，而且还有运算习惯以及思维概括能力的差异。因此，数学教学中，应当时刻向学生提出速度方面的要求，使学生掌握速算的要领。

为了培养学生的思维灵活性，应当增强数学教学的变化性，为学生提供思维的广泛联想空间，使学生在面临问题时能够从多种角度进行考虑，并迅速地建立起自己的思路，真正做到举一反三。教学实践表明，变式教学对于培养学生思维的灵活性有很大作用。

（2）教会学生思维的方法。数学概念、定理是推理论证和运算的基础。在教学过程中要提高学生观察分析、由表及里、由此及彼的认识能力，在例题课中要把解（证）题思路的发现过程作为重要的教学环节，仅要学生知道该怎样做，还要让学生知道为什么要这样做，是什么促使你这样做，这样想的；在数学练习中，要认真审题，细致观察，对解题起关键作用的隐含条件要有挖掘的能力，会运用综合法和分析法，并在解（证）题过程中尽量要学会用数学语言、数学符号进行表达。此外，还应加强分析、综合、类比等方法的训练，提高学生的逻辑思维能力；加强逆向应用公式和逆向思考的训练，提高逆向思维能力；通过解题错、漏的分析，提高辨识思维能力；通过一题多解（证）的训练，提高发散思维能力等。

（3）善于调动学生内在的思维能力。一要培养兴趣，让学生迸发思维。教师要精心设计，使每节课形象、生动，并有意创造动人情境，设置诱人悬念，激发学生思维的火花和求知的欲望，还要经常指导学生运用已学的数学知识和方法解释

自己所熟悉的实际问题二要分散难点，让学生乐于思维。对于较难的问题或教学内容，教师应根据学生的实际情况，适当分解，减缓坡度，分散难点，创造条件让学生乐于思维。三要鼓励创新，让学生独立思维。鼓励学生从不同的角度去观察问题，分析问题，养成良好的思维习惯和品质；鼓励学生敢于发表不同的见解，多赞扬、肯定，促进学生思维的广阔性发展。

五、案例分析题

16.【参考答案】（1）上述解析过程的错误之处是没有讨论直线斜率不存在的情况。

原因：对于直线方程的表达形式的细节认识不够，忽略了点斜式直线方程的局限性，未讨论直线不存在的情况，故出现错误。

正确解法：方法一：由题意可知圆心 O（1,0），半径 r=1，由于直线过点 P（2,3）且与圆 O 相切，故当斜率不存在时，x=2，满足题意；当直线斜率存在时，设直线方程为 y-3=k（x-2），即 kx-y-2k+3=0，直线与圆相切，所以圆心到直线的距离 d=r=1=$\frac{|k-2k+3|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，解得 k=$\frac{4}{3}$，所以直线方程为 4x-3y+1=0。综上所述，直线方程为 4x-3y+1=0 或 x=2。

方法二：由圆 O：（x-1）^{2}+y^2=1 知，圆心 O（1，0），半径为 1，由于直线过点 P（2,3）且与圆 O 相切，故当斜率不存在时，x=2，满足题意；当直线斜率存在时，设直线方程为 y-3=k（x-2），即 kx-y-2k+3=0，联立可得$\begin{cases}(x-1)^2+y^2=1,\\ y-3=k(x-2),\end{cases}$消去 y 得到（1+k^2）x^2+（-4k^2+6k-2）x+4k^2-12k+9=0，由于直线与圆相切，所以令$\Delta=0$，得到（-4k^2+6k-2）^{2}-4（1+k^2）（4k^2-12k+9）=0，解得 k=$\frac{4}{3}$，所以直线方程为 4x-3y+1=0。综上所述，直线方程为 4x-3y+1=0 或 x=2。

（2）针对该题教学，可以设置如下几个问题帮助学生梳理解题思路：

①从几何或代数的角度思考直线和圆相切，具有什么特点呢？

预设：从几何的角度出发，是圆心到直线的距离等于圆的半径，且交点只有 1 个。从代数的角度出发，是圆的方程与直线方程联立后的方程有两个相等的实根距离等于圆的半径。

②那么根据①的思考结果，根据题干意作图，看看符合条件的直线有几条？分别又具有什么特征呢？

预设：2 条，一条直线的斜率存在，一条直线的斜率不存在。

③诵过这个结果你得到什么启示，在完成这个题目的解析的时候需要注意什么呢？

预设：需要先讨论斜率不存在的时候是否符合题意，再设出直线的点斜式进行求解。

六、教学设计题

17.【参考答案】（1）教学重点：深刻理解在一点处的概念，能准确表达其定义；注意 $f'(x_0)=\lim\limits_{(\ )\to 0}\dfrac{f(x_0+(\ ))-f(x_0)}{(\ )}$ 这种形式的灵活运用；明确导数实际背景并给出物理、几何解释；能够从定义出发求出某些函数在一点处的导数。

（2）参考设计：

一、设置问题情境

生活中有一些现象值得我们去研究，比如，子弹离开枪管那一瞬间的速度，奥运会上百米赛跑运动员冲向终点那一时刻的速度。科学上对瞬时速度的研究也是非常有必要的，比如在天宫一号与神州八号的成功对接，最关键的就是它们每个瞬间的速度都相等。

（设计意图：自然引出瞬时速度的定义，激发学生对瞬时速度的求知欲）

而在之前震惊全国的南京宝马车肇事案中，车辆经过事发路口时候，车速达 195.2km/h。南京交警是怎么鉴定这个速度的呢？从一份鉴定报告书中，我们可以看到，监控视频的两次抓拍的过程中，汽车移动的距离是 3.615m，时间间隔为 $\frac{1}{15}$ s。通过计算，发现交警鉴定的速度是用位移除以时间。那么，交警的这种用平均速度来计算瞬时速度的方法合理吗？为什么？

（设计意图：引导学生，当时间间隔非常小，平均速度与瞬时速度就极为接近，从而为探求瞬时速度埋下伏笔）

二、问题情境，数学探究

在高台跳水运动中，运动员相对于水面的高度为 h（单位：m）与起跳后的时间 t（单位：s）存在函数关系 $h=-4.9t^2+6.5t+10$，求 t=2 时的瞬时速度。

问题 1.能否借助南京交警的测速方法，来解决这个问题？

（设计意图：引导学生由已知探求未知，激发学生学习热情）

t 在［2,2.1］，[2，2.01]，[2，2.001］内的平均速度分别是多少？

要使得到的瞬时速度更精确，时间的间隔就要很小，那繁琐的计算，能否引进一个量，使其得到简化？

以上三个式子可以统一写成 $\bar{v}=\dfrac{h(2+\Delta t)-h(2)}{\Delta t}$。

（设计意图：注重数学思想方法的渗透，将复杂计算引入变量可以化成简单统一）

Δt 的取值可正可负。用计算器动手实践，完成：Δt=0.1，0.01，0.001，0.0001，0.00001 及 Δt=-0.1，-0.01，-0.001，-0.0001，-0.00001 时，即在区间 $[2,2+\Delta t]$ 内所对应的平均速度 $\bar{v}$。

（设计意图：利用图形计算器，让学生更深刻地感受到数值的逼近）

问题 2.当 Δt 趋于 0 时，平均速度有怎样的变化趋势？

学生通过观察发现：在 t=2 时刻，Δt 趋于 0 时，平均速度趋于一个确定的值-13.1。

总结：这个确定的值即瞬时速度，为了更明确地表述趋近的过程，可用极限的思想来表示，

即 $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{h(2+\Delta t)-h(2)}{\Delta t}=-13.1$。

（设计意图：利用极限思想，将函数表达式抽象化）

三、模型建构

问题 3.如果将以上问题中的函数用 f（x）来表示，那么 f（x）在 $x=x_0$ 处的瞬时变化率该如何表示呢？

引导学生写出 f（x）在 $x=x_0$ 处的瞬时变化率可表示

$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$。

总结：我们就把这个瞬时变化率称为导数。

导数的的定义：表达式 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$，即 y=f（x）在 $x=x_0$ 处的导数，记作 $f'(x_0)$。

四、模型解释（导数的几何意义）

介绍导数的小故事：导数是微积分的核心内容之一。17 世纪，英国的物理学家牛顿与德国的几何学家莱布尼茨在不同的国度不同的领域创立了微积分。牛顿从运动学，即瞬时速度的方向研究，莱布尼茨则是在几何学角度去研究。莱布尼茨是研究的方向是怎样的呢？

问题 4.我们已经知道，$\Delta x \to 0$时，有$\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x} \to$常数 A，这是从代数的角度来刻画的，那么是不是可以从几何的角度来加以描述？

解释几何构造：设点 P（x_0，f（x_0）），Q（x_0+Δx，f（x_0+Δx）），则$\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$可表示为曲线的割线 PQ 的斜率。

学生用图形计算器在几何学的 APP 中进行操作，探索$\Delta x \to 0$，$\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$的无限逼近值的几何意义。

总结概括：函数 y=f（x）在 x=0 处存在导数时，导数的几何意义为：函数在该点处切线的斜率。

五、应用拓展

例题讲解　课本例题 1

将原油精炼为汽油、柴油、塑胶等各种产品，需要对原油进行冷却或者加热，如果在第 xh 时，原油的温度为 y=f（x）=x^2-7x+15（0≤x≤8）。计算第 2h 与第 6h 时，原油温度的瞬时变化率，并说明它们的意义。

练一练

1.求函数 f（x）=x^2 在 x=3 处的导数。

2.求 y=$\dfrac{1}{x}$ 在 x=1 的导数，并求出在该点处切线的斜率。

六、复习小结

1.导数的概念的形成郭晨；

2.求导步骤：（1）求Δy；（2）求$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$；（3）取极限。

3.思想方法：“以已知探求未知”、逼近、类比、从特殊到一般。