

2019 年上半年教师资格考试高中数学

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 下列选项中，运算结果一定是无理数的是（ ）

- A. 有理数和无理数的和 B. 有理数与有理数的差
C. 无理数和无理数的和 D. 无理数与无理数的差

2. 在空间直角坐标系中，由参数方程
$$\begin{cases} x = a \cos^2 t, \\ y = a \sin^2 t, \quad (0 \leq t \leq 2\pi) \\ z = a \sin 2t, \end{cases}$$
 所确定的曲线的

一般方程为（ ）

- A. $\begin{cases} x + y = a, \\ z^2 = 2xy \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + y = a, \\ z^2 = 4xy \end{cases}$ C. $\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ z^2 = 2xy \end{cases}$ D. $\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ z^2 = 4xy \end{cases}$

3. 已知空间直角坐标与球坐标的变换公式为
$$\begin{cases} x = \rho \cos \theta \cos \varphi, \\ y = \rho \cos \theta \sin \varphi, \quad (\rho \geq 0, \\ z = \rho \sin \theta, \end{cases}$$

$-\pi \leq \varphi \leq \pi, -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ），则在球坐标系中， $\theta = \frac{\pi}{3}$ 表示的图形是（ ）

- A. 柱面 B. 圆面 C. 半平面 D. 半锥面

4. 设 A 为 n 阶矩阵，B 是经 A 若干次初等行变换得到的矩阵，则下列结论正确的是（ ）

A. $|A| = |B|$ B. $|A| \neq |B|$

C. 若 $|A| = 0$ ，则一定有 $|B| = 0$ D. 若 $|A| > 0$ ，则一定有 $|B| > 0$

5. 已知 $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{(2n-1)!} (\pi x)^{2n-1}$ ，则 $f(1) =$ （ ）

- A. -1 B. 0 C. 1 D. π

6. 若矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ x & 4 & y \\ -3 & -3 & 5 \end{pmatrix}$ 有三个线性无关的特征向量， $\lambda = 2$ 是 A 的二重特征根，

则（ ）

- A. $x = -2, y = 2$ B. $x = 1, y = -1$ C. $x = 2, y = -2$ D. $x = -1, y = 1$

7. 下列表述属于数学直观想象素养的是（ ）

- ①利用图形描述，分析数学问题；

- ②借助空间形式认识事物的位置关系，形态变化和运动规律；
 ③建立形与数的关系，构建数学问题直观模型，探索解决问题的思路；
 ④在实际情境中从数学的视角发现问题，提出问题，分析问题建立模型。

A.①②③ B.①②④ C.①③④ D.②③④

8.下列描述为演绎推理的是（ ）

- A.从一般到特殊的推理 B.从特殊到一般的推理
 C.通过实验验证结论的推理 D.通过观察猜想得到结论的推理

二、简答题(本大题共 5 小题，每小题 7 分，共 35 分)

9.一次实践活动中，某班甲、乙两个小组各 20 名同学在综合实践基地脱玉米、完成脱粒数量（千克）的数据如下：

甲组：57，59，63，63，64，71，71，71，72，75

75，78，79，82，83，83，85，86，86，89

乙组：50，53，57，62，62，63，65，65，67，68

69，73，76，77，78，85，85，88，94，96

问题：

- (1) 分别计算甲、乙两组同学脱粒数量（千克）的中位数；（2 分）
 (2) 比照甲，乙两组数据，请你给出 2 种信息，并说明实际意义。（5 分）

10.在空间直角坐标系下，试判定直线 $l_1: \begin{cases} x+y+1=0, \\ x+2y+z+2=0 \end{cases}$ 与直线 $l_2:$

$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$ 的位置关系，并求这两条直线间的距离。

11.在平面直角坐标系下，

(1) 三次多项式函数的图象过四个点 $P_1(0, 1)$ ， $P_1(1, 3)$ ， $P_3(-1, 3)$ ， $P_4(2, 15)$ ，求该三次多项式函数的表达式；（4 分）

(2) 设 $P_i(x_i, y_i)$ ($i=1, 2, \dots, n$) 是平面上满足条件 $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ 的 n 个点，则由这 n 个点所唯一确定的多项式函数的最高次数是多少？简要说明理由。（3 分）

12.高中数学课程是培养公民素质的基础性课程，简述“基础性”的含义，并举例说明。

13.评价学生的数学学习应该采用多样化的方式，请列举四种不同类型的评价方

式。

三、解答题（本大题 1 小题，10 分）

14. 设 R^2 为二维欧式平面， F 是 R^2 到 R^2 的映射，如果存在一个实数 ρ ， $0 < \rho < 1$ ，使得对于任意的 $P, Q \in R^2$ ，有 $d(F(P), F(Q)) \leq \rho d(P, Q)$ ，（其中 $d(P, Q)$ 表示 P, Q 两点间的距离），则称 F 是压缩映射。

设映射 $T: R^2 \rightarrow R^2$ ，

$$T((x, y)) = \left(\frac{1}{2}x, \frac{1}{3}y\right), \quad \forall (x, y) \in R^2.$$

(1) 证明：映射 T 是压缩映射；（4 分）

(2) 设 $P_0 = P_0(x_0, y_0)$ 为 R^2 中任意一点，令 $P_n = T(P_{n-1})$ ， $n=1, 2, 3, \dots$ ，证明： $n \rightarrow \infty$ 时，平面点列 $\{P_n\}$ 收敛，并求 $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ 。（6 分）

四、论述题（本大题 1 小题，15 分）

15. 函数是中学数学课程的主线，请结合实例谈谈如何用函数的观点来认识中学数学课程中的方程、不等式、数列等内容。

五、案例分析题（本大题 1 小题，共 20 分）

16. 案例：下面提供的案例是教师 A 和教师 B 在《方程的根与函数的零点》教学中的“课堂提问”。

教学环节	教师 A	教师 B
概念的引入	1. 方程 $\ln x + 2x - 6 = 0$ 是否有实数根？ 2. 在初中你是如何判断一个方程是否有实数根的？ 3. 函数与方程之间有什么关系？	1. 观察三组一元二次方程及其相应的二次函数，你能发现方程的根和函数图象与 x 轴交点之间有何关系吗？
概念的学习	4. 怎样定义函数的零点？ 5. 函数的零点是零吗？	2. 函数的零点如何定义？ 3. $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ 的零点是什么？ 4. 根据下列函数图象，判

		断函数有几个零点?
概念的意义	6.函数零点的几何意义是什么?	5.函数零点的几何意义是什么?
零点存在性定理的引入	7.根据函数图象判断满足什么条件时函数有零点?	6.观察 $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ 的图象,它在 $[-4, -2]$ 上有零点,计算 $f(-4)$ 和 $f(-2)$ 的乘积,你能发现这个乘积有什么特点?在区间 $[0, 2]$ 上是否也具有这种特点?
零点存在性定理的学习	<p>(教师板书: 如果函数 $y=f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的图象是连续不断的一条曲线,并且有 $f(a) \cdot f(b) < 0$, 那么函数 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 内有零点,即存在 $c \in (a, b)$ 使 $f(c) = 0$, 这个 c 也就是方程 $f(c)=0$ 的根)</p> <p>8.满足定理条件的函数零点唯一的吗?</p> <p>9.满足什么条件零点唯一? 依据是什么?</p>	<p>(教师板书: 如果函数 $y=f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的图象是一条连续不断的一条曲线,并且 $f(a) \cdot f(b) < 0$, 那么函数 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 内有零点,即存在 $c \in (a, b)$ 使得 $f(c) = 0$, 这个 c 也就是方程 $f(x)=0$ 的根)</p> <p>7.为何要求函数的图象连续?</p> <p>8.能否由“函数 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内有零点”得到“$f(a) \cdot f(b) < 0$”?</p> <p>9.如果函数图象在 $[a, b]$ 上连续,能否由“$f(a) \cdot f(b) < 0$”判断函数在区间 (a, b) 内零点只有一个?</p>

例题及练习、小结	(略)	(略)
----------	-----	-----

问题:

- (1) 请对两位教师的课堂提问进行评价, 并简述理由; (15分)
- (2) 请对两位教师“概念引入”环节的课堂提问给出改进建议。(5分)

六、教学设计题(本大题 1 小题, 30 分)

17. “简单随机抽样(第一课时)”的教学目标设计如下。

目标一: 学会从现实生活或其他学科中提出具有一定价值的统计问题, 理解随机抽样的必要性;

目标二: 结合具体的实际问题情境, 体会简单随机抽样的重要性;

目标三: 以“问题链”的形式理解样本是否具有代表性。

要求:

- (1) 请针对上述教学目标, 完成下列任务:
 - ①根据教学目标一, 设计两个问题, 并说明设计意图; (8分)
 - ②根据教学目标二, 给出一个实例, 并说明设计意图; (4分)
 - ③根据教学目标三, 设计“问题链”(至少包含两个问题), 并说明设计意图。(6分)
- (2) 请针对“简单随机抽样”的内容, 回答下列问题: ①这节课的教学重点是什么? (4分)
- ②作为高中阶段“统计”学习的起始课, 其难点是什么? (4分)
- ③这节课对后续哪些内容的学习有直接影响? (4分)

答案解析

一、单项选择题

1.A【解析】(1) 有理数与有理数: 和、差、积、商均为有理数(求商时分母不为零)。(2) 有理数与无理数: ①一个有理数和一个无理数的和、差为无理数; ②一个非零有理数与一个无理数的积、商为无理数。(3) 无理数与无理数: 和、差、积、商可能是有理数, 也可能是无理数。故本题选 A。

2.B【解析】由
$$\begin{cases} x = a \cos^2 t, \\ y = a \sin^2 t, \\ z = a \sin 2t \end{cases}$$
 可得 $x+y=a\cos^2t+a\sin^2t=a$, $z^2=a^2(2\sin t \cos t)^2=4xy$,

所以将参数方程化为一般方程为 $\begin{cases} x+y = a, \\ z^2 = 4xy. \end{cases}$ 故选 B。

3.D 【解析】将 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 代入到 $\begin{cases} x = \rho \cos \theta \cos \varphi, \\ y = \rho \cos \theta \sin \varphi, \\ z = \rho \sin \theta \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \rho \cos \varphi, \\ y = \frac{1}{2} \rho \sin \varphi, \\ z = \frac{\sqrt{2}}{2} \rho. \end{cases}$ 消参得到

$z = \sqrt{3x^2 + 3y^2}$ ，该方程是由 yOz 平面上的射线 $z = \sqrt{3}y$ ($z > 0$) 绕 z 轴旋转得到的，它表示以原点为顶点，以射线 $z = \sqrt{3}y$ ($z > 0$) 为母线，以 z 轴为中心轴的半锥面。故选 D。

4.C 【解析】矩阵的初等行(列)变换有：①交换矩阵的两行(列)；②将一个非零数 k 乘到矩阵的某一行(列)；③将矩阵的某一行(列)的 k 倍加到另一行(列)上。若矩阵 A 经过上面三种初等变换得到矩阵 B ，则对应的行列式的关系依次是 $|A| = -|B|$ ， $|A| = k|B|$ ， $|A| = |B|$ 。即 $|A| = a|B|$ ， $a \in \mathbb{R}$ 。所以 $|A| = 0$ 时必有 $|B| = 0$ 。故选 C。

5.B 【解析】根据泰勒公式的展开式，
 $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$ ，所以

$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{(2n-1)!} (\pi x)^{2n-1} = \sin \pi x$ ， $f(1) = \sin \pi = 0$ 。故选 B。

6.C 【解析】由题意可知矩阵 A 可以相似对角化，且 $\lambda = 2$ 对应两个线性无关的特征向量，所以 $(2\mathbf{E} - \mathbf{A})\mathbf{x} = \mathbf{0}$ 有两个线性无关的解，即有 $3 - r(2\mathbf{E} - \mathbf{A}) = 2$ ，所

以 $r(2\mathbf{E} - \mathbf{A}) = 1$ 。 $2\mathbf{E} - \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -x & -2 & -y \\ 3 & 3 & -3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ x & 2 & y \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ，要使 $r(2\mathbf{E} - \mathbf{A}) = 1$ ，则

有 $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} = \frac{-1}{y}$ ，可得 $x=2$ ， $y=-2$ 。故选 C。

7.A 【解析】直观想象是指借助几何直观和空间想象感知事物的形态与变化，利用空间形式特别是图形，理解和解决数学问题的素养。主要包括：借助空间形式认识事物的位置关系、形态变化与运动规律；利用图形描述、分析数学问题；建

立形与数的联系，构建数学问题的直观模型，探索解决问题的思路。④中的描述属于数学建模素养。故选 A。

8.A 【解析】演绎推理是从一般规律出发，运用逻辑证明或数学运算，得出特殊事物应遵循的规律，即从一般到特殊的推理。归纳推理是由个别、特殊到一般的推理，通过实验结论和通过观察猜想得到结论的推理都是归纳推理。故选 A。

二、简答题

9. 【解析】（1）根据中位数的定义知，甲组脱粒数量的中位数为 $\frac{75+75}{2} = 75$ ，

乙组脱粒数量的中位数为 $\frac{68+69}{2} = 68.5$ 。

（2）① 甲组同学脱粒数量的平均值为 $(57+59+63+63+64+71+71+71+72+75+75+78+79+82+83+83+85+86+86+89) \div 20 = 74.6$ ，乙组同学脱粒数量的平均值为 $(50+53+57+62+62+63+65+65+67+68+69+73+76+77+78+85+85+88+94+96) \div 20 = 71.65$ 。根据平均数的大小比较可知，甲组脱粒速度更快。

②根据两组数据的波动情况，能够看出甲组数据更稳定，乙组数据波动很大。进而可知，甲组同学的脱粒能力差不多，而乙组同学脱粒能力存在很大的个体差异性。

10. 【解析】根据直线的方程可知，直线 l_1 的方向向量 $\mathbf{n}_1 = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (1, -1, 1)$ ，

直线 l_2 的方向向量 $\mathbf{n}_2 = (2, -1, 1)$ 。在 l_1 中令 $y=0$ ，可得 l_1 过点 $M_1 = (-1, 0, -1)$ ，

又 l_2 过点 $M_2 (1, -1, 0)$ ， $\overrightarrow{M_1M_2} = (2, -1, 1)$ 。因为混合积

$(\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2) \cdot \overrightarrow{M_1M_2} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -2 \neq 0$ ，即向量 \mathbf{n}_1 ， \mathbf{n}_2 ， $\overrightarrow{M_1M_2}$ 不共面，所以直线

l_1 与直线 l_2 异面。

直线 l_1 与直线 l_2 的公垂线的方向向量 $\mathbf{l} = \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-2, 1, 3)$ ，

$\overrightarrow{M_1M_2} = (2, -1, 1)$ ，则两直线之间的距离等于向量 $\overrightarrow{M_1M_2}$ 在向量 \mathbf{l} 方向上的投影的

长度, 即 $d = \frac{|\mathbf{1} \cdot \overrightarrow{M_1 M_2}|}{|\mathbf{1}|} = \frac{|-2|}{\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{14}}{7}$ 。

11. 【解析】 (1) 设三次多项式的表达式为 $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$, 根据题意

$$\text{得, } \begin{cases} a_0 = 1, \\ a_3 + a_2 + a_1 + a_0 = 3, \\ -a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = 3, \\ 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0 = 15, \end{cases} \quad \text{解得 } a_3=1, a_2=2, a_1=-1, a_0=1, \text{ 所以 } f(x)=x^3+2x^2-x+1.$$

(2) 平面上 n 个横坐标不同的点唯一确定的多项式函数的最高次数是 $n-1$ 。设多项式 $g(x) = a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0$ 的图象经过 $P_i(x_i, y_i)$ ($i=1, 2, \dots,$

$$n), \text{ 则有 } \begin{cases} a_{n-1}x_1^{n-1} + a_{n-2}x_1^{n-2} + \cdots + a_2x_1^2 + a_1x_1 + a_0 = y_1, \\ a_{n-1}x_2^{n-1} + a_{n-2}x_2^{n-2} + \cdots + a_2x_2^2 + a_1x_2 + a_0 = y_2, \\ \cdots \\ a_{n-1}x_n^{n-1} + a_{n-2}x_n^{n-2} + \cdots + a_2x_n^2 + a_1x_n + a_0 = y_n, \end{cases} \text{ 这是一个关于 } a_i (i=0,$$

$1, \dots, n-1$) 的非齐次线性方程组, 它的系数矩阵对应的行列式为 n 阶范德蒙德

$$\text{行列式 } \begin{vmatrix} 1 & x_1 & \cdots & x_1^{n-2} & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & \cdots & x_2^{n-2} & x_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & \cdots & x_n^{n-2} & x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_1^{n-2} & x_2^{n-2} & \cdots & x_n^{n-2} \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \cdots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_j - x_i).$$

因为 $x_1 < x_2 < \cdots < x_n$, 所以此行列式不等于 0。由克拉默法则得, 该线性方程组有唯一解, 即存在唯一的一组数 a_i ($i=0, 1, \dots, n-1$)。所以由这 n 个点所唯一确定的多项式函数的最高次数是 $n-1$ 。

12. 【参考答案】高中数学课程的基础性的具有以下几点含义。

①高中数学课程在课程内容上包含了数学中最基本的部分。在义务教育阶段之后, 为满足需求给学生提供更高水平的数学基础, 面向全体学生提供了学生现阶段学习及未来发展所需要的数学基础知识, 为学生的未来发展奠定基础。

②高中数学课程为学生进一步学习提供了选修内容。例如, 高中数学设有选修与必修课程, 必修课程是为了满足所有学生的共同数学需求, 选修系列课程是为了满足学生的不同数学需求, 它仍然是学生发展所需要的基础性数学课程。

③高中数学课程为学生适应未来社会生活, 高等教育和职业发展等提供必需的数学基础。例如, 大学阶段理工科类的学生需要更多的数学知识, 而高中数学课程

为大学数学的学习提供了必备的基础知识。

④高中数学课程也为学生学习其他学科的课程，如高中物理、化学技术等，提供了必要的知识准备。

13. 【参考答案】 数学学习评价的形式多样，主要有口头测验、书面测验、开放式问题研究、活动报告、课堂观察、课后访谈、课内外作业、建立成长记录袋等。

下面列举几种不同的评价方式进行阐述。

①口头测验，是指在教学过程中教师通过与学生之间的言语互动，及时地了解学生的数学学习情况，找出问题并及时纠正。

②书面评语评价，教师对学生的作业或者其他活动报告所做的书面性的评价。评价形式不仅仅是分数或者等级，评语一般以鼓励为主，用以帮助学生认识与解决问题。

③课后访谈，是指教师通过课后与学生的沟通交流了解学生数学学习情况的一种评价方式。这种评价方式可以帮助老师更直接地了解到学生的数学学习情况

④建立成长记录袋，了解学生的成长经历，可以有效地帮助他们确立今后的学习目标与方向。

三、解答题

14. 【解析】 (1) 证明：设 $P(x_P, y_P)$ ， $Q(x_Q, y_Q)$ 是 R^2 上任意的两点，则 T

$$T(P) = T(x_P, y_P) = \left(\frac{1}{2}x_P, \frac{1}{3}y_P\right), \quad T(Q) = T(x_Q, y_Q) = \left(\frac{1}{2}x_Q, \frac{1}{3}y_Q\right).$$

$$d(T(P), T(Q)) =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{2}x_P - \frac{1}{2}x_Q\right)^2 + \left(\frac{1}{3}y_P - \frac{1}{3}y_Q\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4}(x_P - x_Q)^2 + \frac{1}{9}(y_P - y_Q)^2} \leq \sqrt{\frac{1}{4}(x_P - x_Q)^2 + \frac{1}{4}(y_P - y_Q)^2} =$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2} = \frac{1}{2}d(P, Q), \quad \text{即存在满足题意的 } \rho = \frac{1}{2}, \text{ 所以映射 } T$$

是压缩映射。

$$(2) \text{ 由于 } P_n = T(P_{n-1}) = T(T(P_{n-2})) = \cdots = T^n(P_0) = \left(\frac{1}{2^n}x_0, \frac{1}{3^n}y_0\right), \text{ 因为 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n}x_0 = 0,$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3^n}y_0 = 0, \text{ 所以点列 } \{P_n\} \text{ 收敛, 且 } \lim_{n \rightarrow \infty} P_n = (0, 0).$$

四、15.【参考答案】函数是中学数学课程的主线，同时也对应着重要的数学思想方法，就是函数与方程的思想方法。函数思想是指用函数的概念和性质去分析问题、转化问题和解决问题；方程思想是从问题的数量关系入手，应用数学语言将问题中的条件转化为数学模型，包括方程、方程组和不等式、不等式组，然后通过解方程或不等式来解决问题。

首先，函数与方程，中学数学课程中一元二次方程的求解问题，可以转化为对应函数的零点问题。方程是利用算术来从数量关系入手解决问题，函数是集合间的映射关系，当需要计算函数值时，可以利用方程的运算方法；在求解方程时也可以利用函数的性质和图象。例如当 $y=0$ 时，函数 x 的值表示函数图象与 x 轴交点的横坐标，也就是方程的根，那么交点的数量就是方程的根的数量，也是方程的根的判别式的判别目的。

其次，函数与不等式，用函数的观点来看，不等式的解集就是使函数图象 $y=f(x)$ 在 x 轴上方或下方的 x 的区域。在解不等式时可以借助函数的图象来理解和运算，也就是经典的线性规划问题。

最后，函数与数列，等差数列的通项公式可以看作是关于首项和公差（公比）的一次函数的离散化，等差数列的前 n 项和公式是二次函数的离散化，等比数列的通项公式以及前 n 项和公式都是指数函数的离散化，因此可以将借助函数的性质来研究数列，可以通过函数图象和解析式来求得数列的某些值。

五、案例分析题

16.【参考答案】（1）课堂提问的原则主要有以下八种，分别为：有目的性原则、启发性原则、适度性原则、兴趣性原则、循序渐进性原则、全面性原则、充分思考性原则、及时评价性原则。

A 教师的课堂提问中遵循了目的性、循序渐进、充分思考性等几个原则。但是违背了启发性、适度性、全面性、兴趣性以及及时评性原则。

首先是启发性、适度性和全面性原则。教师 A 提出的问题普遍特点是相对比较难的，比较抽象，适合于中等及以上的同学，没有考虑全体学生的水平，所以，违背了适度性和全面性原则。其次是违背了兴趣性原则。教师 A 在教学中，例子相对比较少，更多的是直接提问知识层面上的问题，让学生直接思考。没有考虑从学生的兴趣出发，调动学生的积极性。最后是及时评价性原则。教师 A 在整个教学中，没有体现出对学生的回答及时做出评价。

B 教师的课堂提问中遵循了目的性、启发性、循序渐进性、充分思考性、兴趣性、适度性、全面性等几个原则。但是没有遵循及时评价性原则。教师 B 在整个的教学过程中，能够充分的利用例子，通过循序渐进的提问，帮助学生一步一步理解函数的零点的概念以及方程的根与函数的零点之间的关系。

但在提问过程中，B 教师没有对学生的回答及时做出评价。在教学中，对学生的表现进行及时的评价，这样才能够保证学生与教师的快速成长。

(2) A 老师概念引入部分的提问没有遵循循序渐进性的原则，问题的设置要考虑学生的认知水平，问题的设置应该由易到难、由简到繁。对于教师 A 的建议：应该先提问：同学们，初中你是如何判断一个方程有实数根的？（回顾之前学过的的方法）用初中的方法判断 $\ln x+2x-6=0$ 是否有实数根吗？（引导学生思考方程和函数之间的关系）

B 教师的概念引入虽然给出了三组实例，但还需在函数的类型上进行改进，不单单只呈现一元二次方程及其对应的二次函数，还可以增加一次方程及其对应函数让学生进行观察。

六、教学设计题

17.【参考答案】(1) ①问题一：某校领导要了解全校学生的视力情况（近视和不近视），随机抽取 50 名学生，统计出这 50 名学生的视力情况，最后估计出全校学生的视力情况。你会设计何种抽样方法？你认为这种抽样方法有什么优缺点？在随机抽取的过程中应该注意什么？

问题二：假设你是一名药品安全监测的工作人员，要对一批药品进行安全监测，你准备怎样做？需要对研究对象进行一一调查吗？那么，应该怎样获取样本呢？

设计意图：两个问题的提出让学生对于简单随机抽样有一个初步了解，意识到简单随机抽样在实际生活中的广泛应用，与我们的生活息息相关。并将抽样调查与普查进行对比，引导学生提出抽样的必要性。

②实例：经消费者反映，某品牌牛奶存在细菌超标问题。针对该问题，食品卫生工作人员需要对该品牌牛奶进行卫生达标检验。但是，若食品卫生工作人员对该品牌所有牛奶进行逐一检测，将面临巨大的工作压力。因此，食品卫生工作人员只随机抽取该品牌部分牛奶进行卫生检测。

设计意图：将实际生活问题作为实例进行教学，不仅可以使学生对简单随机抽样方法有更深入的理解，还可以使其感受在面对总体数量较多时，简单随机抽样方法的重要性。

③师：在 1936 年美国总统选举前，某杂志工作人员做了一次民意测验，即调查兰顿和罗斯福谁将成为美国的下一届总统。该调查者通过电话簿和车辆登记簿上面的名单（只有少数富人拥有）给一大批人发了调查表，通过分析调查表数据，从而做出预测。

问题一：该杂志工作人员运用了什么抽样方法？研究的总体和样本分别是什么？该抽样方法具有什么特征？

设计意图：结合生活实际描述问题情境并设置问题，加深学生对简单随机抽样方法的理解，使其进一步明确简单随机抽样的特征，并巧妙地后面问题做铺垫。

师：该杂志工作人员做出的预测是兰顿将在选举中获胜。但实际情况是，罗斯福在选举中获胜。

问题二：你知道该杂志的工作人员的预测为什么是错误的吗？分析该工作人员的抽样样本可以发现什么？该样本是否具有代表性？

设计意图：颠覆性的结果，引出抽样问题。使学生自主思考和探究问题，可以培养学生独立思考问题的习惯以及发现问题的能力。

师：该抽样样本中涉及的调查者是富人阶层，只占所有选票中的少数。所以该工作人员所抽取的样本不具有代表性。

问题三：结合上述实例，在运用简单随机抽样方法抽取样本时，应该注意什么？除此之外，还应该注意什么？

设计意图：通过实例使学生理解样本是否具有代表性的重要性。此外，该问题进一步开拓学生的思维，从而达到总结出简单随机抽样时需要注意的问题的目的。

(2) ①教学重点：了解简单随机抽样方法的意义；理解简单随机抽样方法的定义；掌握简单随机抽样最常用的两种方法——抽签法和随机数法。灵活选用抽样方法。

②教学难点：理解一些统计名词；抽签法和随机数法的实施步骤；面对统计数据时，正确判断所选取的抽样方法是否合适。

③本节课是高中阶段学习统计学的第一节课，统计是研究如何合理收集、整理、分析数据的学科，它可以为人们制定决策提供依据。本节课对于后续学习用样本估计总体以及变量的相关关系有直接影响。